

## 9 класс. Условия

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.  
Все задания оцениваются из 7 баллов.

1. На уроке по математике 7 учеников написали контрольную. Учитель хочет, чтобы дети проверили работы друг у друга. Каждый ученик должен проверить работу ровно одного из оставшихся. Также учитель пронумеровал детей и хочет, чтобы выполнялись следующие условия:

- первый проверяет работу того, кто проверяет работу второго;
- второй проверяет работу того, кто проверяет работу третьего;
- ...
- седьмой проверяет работу того, кто проверяет работу первого;

Как детям выполнить инструкцию учителя?

2. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  в 12:00 с постоянными скоростями отправились велосипедист и пешеход (скорость велосипедиста больше скорости пешехода). Велосипедист, доехав до пункта  $B$  повернул обратно и встретил пешехода в 13:00. Доехав до  $A$ , велосипедист снова развернулся и в 13:20 встретил пешехода. В каком часу пешеход дойдет до пункта  $B$ ?

3.  $M$  — середина диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Оказалось, что описанная окружность треугольника  $BCM$  касается прямой  $AB$ . Докажите, что описанная окружность треугольника  $ADM$  касается прямой  $CD$ .

4. Число  $x$  представимо в виде дроби  $n/m$ . Числа  $5x$ ,  $7x$  и  $8x$  округлили до ближайшего целого числа и сложили. В результате получилось 97. Для какого наименьшего  $m$  такое возможно? (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше  $1/2$ , и в большую, если дробная часть больше либо равна  $1/2$ .)

5. Для целых чисел  $a$  и  $b$  известно, что  $a^2 + a = 2b^2 + b$ . Докажите, что  $a - b$  является квадратом некоторого целого числа.

## 9 класс. Условия

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.  
Все задания оцениваются из 7 баллов.

1. На уроке по математике 7 учеников написали контрольную. Учитель хочет, чтобы дети проверили работы друг у друга. Каждый ученик должен проверить работу ровно одного из оставшихся. Также учитель пронумеровал детей и хочет, чтобы выполнялись следующие условия:

- первый проверяет работу того, кто проверяет работу второго;
- второй проверяет работу того, кто проверяет работу третьего;
- ...
- седьмой проверяет работу того, кто проверяет работу первого;

Как детям выполнить инструкцию учителя?

2. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  в 12:00 с постоянными скоростями отправились велосипедист и пешеход (скорость велосипедиста больше скорости пешехода). Велосипедист, доехав до пункта  $B$  повернул обратно и встретил пешехода в 13:00. Доехав до  $A$ , велосипедист снова развернулся и в 13:20 встретил пешехода. В каком часу пешеход дойдет до пункта  $B$ ?

3.  $M$  — середина диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Оказалось, что описанная окружность треугольника  $BCM$  касается прямой  $AB$ . Докажите, что описанная окружность треугольника  $ADM$  касается прямой  $CD$ .

4. Число  $x$  представимо в виде дроби  $n/m$ . Числа  $5x$ ,  $7x$  и  $8x$  округлили до ближайшего целого числа и сложили. В результате получилось 97. Для какого наименьшего  $m$  такое возможно? (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше  $1/2$ , и в большую, если дробная часть больше либо равна  $1/2$ .)

5. Для целых чисел  $a$  и  $b$  известно, что  $a^2 + a = 2b^2 + b$ . Докажите, что  $a - b$  является квадратом некоторого целого числа.